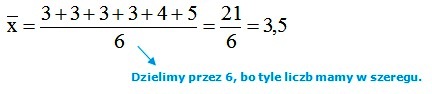
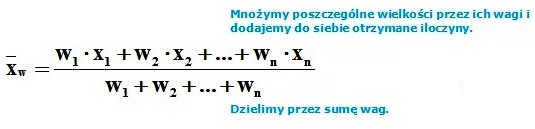
ŚREDNIA ARYTMETYCZNA I WAŻONA

**Średnia arytmetyczna**Średnią arytmetyczną oznaczamy symbolem: http://matematykam.pl/images/l20b01.jpg  
Obliczamy ją, dodając wszystkie dane i dzieląc uzyskaną sumę przez ich liczbę:  
  
http://matematykam.pl/images/l20b02.jpg  
  
Przykład:  
Student w sześciu kolejnych egzaminach otrzymał oceny:  
3, 3, 4, 3, 3, 5   
Uszeregujemy najpierw dane rosnąco (do obliczenia średniej arytmetycznej nie jest to konieczne, ale często ułatwia obliczenia):  
3, 3, 3, 3, 4, 5   
Obliczymy średnią arytmetyczną ocen studenta:  
  


**Średnia ważona**   
Stosujemy ją, gdy poszczególne wartości mają przyporządkowane wagi.   
Średnią ważoną oznaczamy symbolem: http://matematykam.pl/images/l20b01.jpgw   
Wagi dla poszczególnych wartości oznaczamy literą w   
Średnią ważoną obliczamy ze wzoru:   


Średnią ważoną *n* liczb *a*1, *a*2, ..., *an*, z których każda ma przyporządkowaną pewną nieujemną wagę *w*1, *w*2, ..., *wn* nazywamy liczbę w1a1+w1a2+...+wnanw1+w2+...+wn

Jeśli wszystkie wagi są równe, wówczas średnia ważona jest równa średniej arytmetycznej. Wartość średniej ważonej zależy od danych, którym przypisano określone wagi, większy udział w określeniu średniej ważonej mają dane o większej wadze niż te, którym przypisano mniejsze wagi.

Przykład  
Uczeń ma takie oto oceny: 4, 2, 4, 5, 3, 5  
  - prace klasowe: 4, 2,  
  - kartkówki: 4, 3,   
  - praca domowa: 5, 5   
  
Średnia arytmetyczna tych ocen w przybliżeniu wynosi 3,83, uczeń domaga się czwórki. Nauczyciel jednak wprowadził wagi dla ocen i tak za prace klasowe waga wynosi 5, dla kartkówek waga wynosi 3, a dla prac domowych waga wynosi 1.  
  
Podstawiając teraz dane do wzoru na średnią ważoną otrzymujemy:  
5·4+5·2+3·4+3·3+1·5+1·55+5+3+3+1+1≈3,39   
W tej sytuacji oceną końcową jest 3.

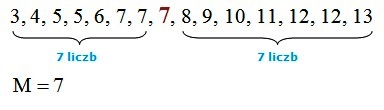
MODA I MEDIANA  
  
Moda (zwana również wartością modalną lub dominantą)   
Jest to wartość, która w zebranych danych statystycznych pojawia się najczęściej.  
Oznaczamy ją symbolem D.  
Przykład:  
W przeprowadzonej ankiecie, na pytanie dotyczące liczby rodzeństwa piętnastu ankietowanych, uzyskano dane:  
2, 2, 1, 0, 3, 4, 1, 1, 0, 2, 3, 1, 1, 1, 2.   
Po uszeregowaniu danych:  
0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4.   
Wśród zgromadzonych danych wielkością, która pojawia się najczęściej jest liczba 1:   
http://matematykam.pl/images/l20c01.jpg  
  
Gdy mamy kilka wielkości, które pojawiają się z tą samą, największą liczbą razy, mamy do czynienia z kilkoma dominantami.

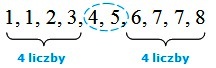
Przykład:  
W tabeli przedstawiono wyniki egzaminu dla 100 studentów:

http://matematykam.pl/images/l20c02.jpg

Najwięcej studentów (25) otrzymało ocenę 3 i tyle samo studentów otrzymało ocenę 4. Mamy do czynienia z dwoma dominantami:

http://matematykam.pl/images/l20c03.jpg  
Gdy wszystkie wartości pojawiają się równie często, wtedy nie ma dominanty.  
  
Przykład:   
W dwunastu wybranych domach jednorodzinnych policzono liczbę pokoi i otrzymano wyniki:  
3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6.  
Wszystkie otrzymane wyniki powtarzają się równie często (po cztery razy), dlatego zapisujemy:  
  
Brak dominanty

Mediana   
Oznaczamy ją symbolem M.  
Jest wartością „środkową”.  
W przypadku grupy danych, których liczba jest nieparzysta, wystarczy uszeregować dane rosnąca, a następnie „znaleźć” wartość pośrodku.  
  
Przykład:  
Mamy podany uszeregowany ciąg danych:  
3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 13  
Składa się z 15 wartości. Dokładnie pośrodku znajduje się wartość ósma (ponieważ mamy siedem wartości na lewo od niej i siedem na prawo):  


W przypadku grupy danych, których liczba jest parzysta, nie istnieje jedna wielkość środkowa. Mamy dwie takie wartości.  
Przykład:  
1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8  
Aby po prawej i po lewej stronie znajdowało się tyle samo liczb, musimy wybrać aż dwie liczby:  
  
  
To, że mamy dwie wielkości środkowe, nie oznacza jednak, że mamy dwie mediany.  
W takim wypadku medianę otrzymujemy obliczając średnią arytmetyczną dwóch wyznaczonych liczb.  
Dla rozpatrywanego przykładu:  
  
http://matematykam.pl/images/l20c06.jpg

Gdy mamy do czynienia z prezentacją danych, w którym te same wartości są zgrupowane, określenie mediany jest nieco trudniejsze.  
Przykład:  
Poniżej przedstawiona jest liczba dzieci 100 ankietowanych.

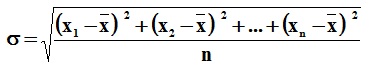
http://matematykam.pl/images/l20c07.jpg

Mamy do czynienia z parzystą liczbą wartości (100).  
W szeregu 100 liczb liczbami środkowymi będą pięćdziesiąta i pięćdziesiąta pierwsza.   
Należy ustalić jaką wartość mają te dwie liczby.  
Z tabeli wynika:  
- liczby od 1 do 15 mają wartość 0,  
- liczby od 16 do 49 (15+34=49) mają wartość 1,  
- liczby od 50 do 76 mają wartość 2.  
Dalej nie musimy sprawdzać, bo ustaliliśmy wartość obu liczb:  
- wartość liczby 50 wynosi 2,  
- wartość liczby 51 wynosi 2.  
Stąd mediana:  
  
http://matematykam.pl/images/l20c08.jpg

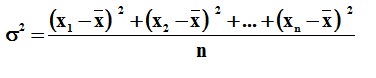
WARIANCJA, ODCHYLENIE STANDARDOWE I ROZSTĘP

Wariancja i odchylenie standardowe są ze sobą ściśle powiązane.

Odchylenie standardowe oznaczmy symbolem http://matematykam.pl/images/l20d01.jpg(czytaj: sigma)   
Wartość odchylenia standardowego mówi nam, jak bardzo zróżnicowane są dane statystyczne.  
Im większa wartość odchylenia, tym te dane są bardziej rozproszone.  
Odchylenie standardowe obliczamy ze wzoru:

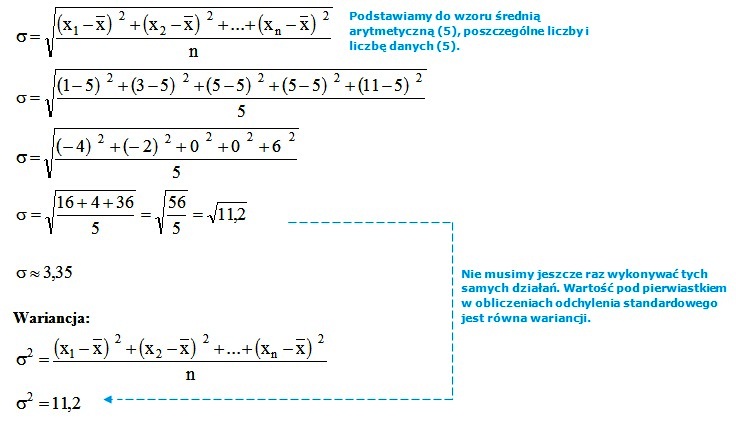


Wariancja jest w rzeczywistość odchyleniem standardowym podniesionym do kwadratu (jego wartość jest równa wartości, jaką otrzymujemy pod pierwiastkiem w powyższym wzorze na odchylenie standardowe):



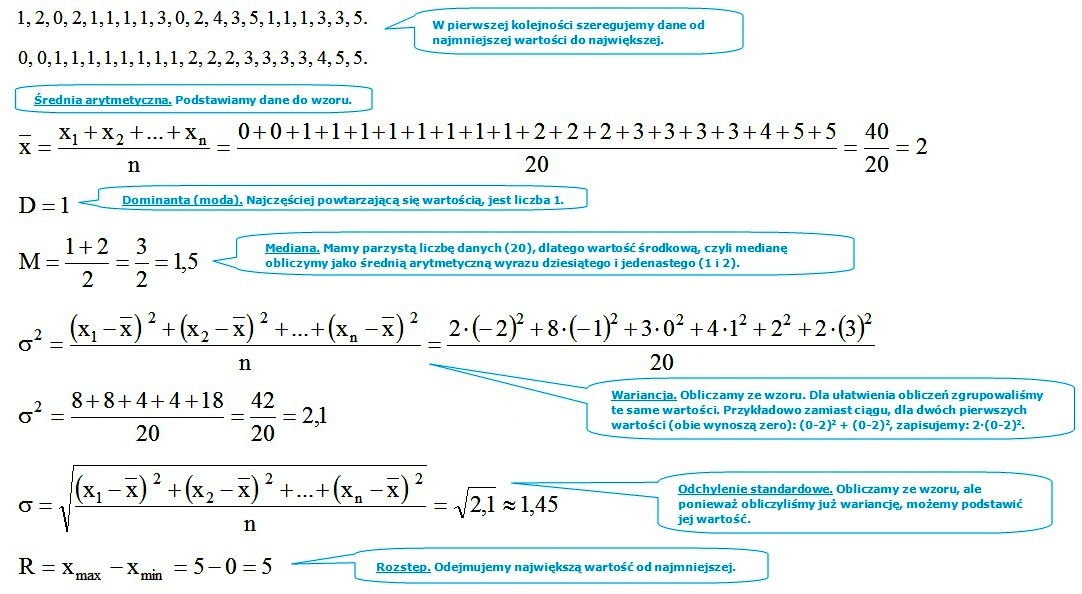
We wzorze na wariancję i odchylenie standardowe pojawia się średnia arytmetyczna, dlatego należy obliczyć ją w pierwszej kolejności.

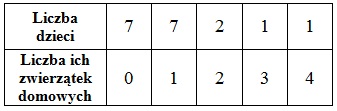
Przykład:  
Obliczymy odchylenie standardowe i wariancję dla zestawu danych:  
1, 3, 5, 5, 11.   
  
W pierwszej kolejności obliczamy średnią arytmetyczną:  
http://matematykam.pl/images/l20d04.jpg

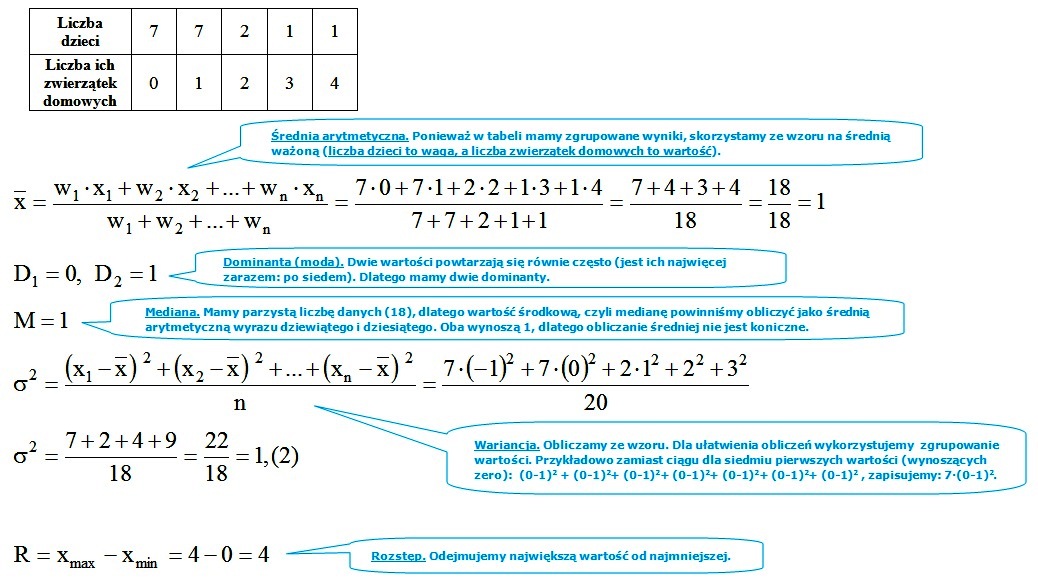
Odchylenie standardowe:  
  


Rozstęp przedstawia jak duży jest zakres danych. Obliczamy go odejmując od największej wartości najmniejszą.  
  
http://matematykam.pl/images/l20d07.jpg  
  
Rozstęp dla przedstawionego powyżej przykładu wynosi:  
  
http://matematykam.pl/images/l20d08.jpg

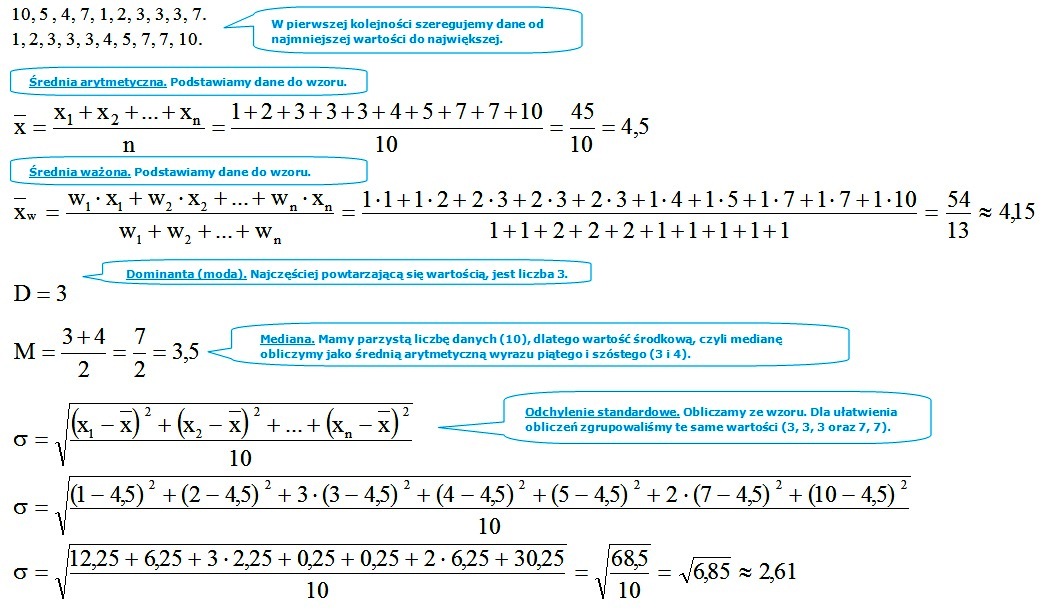
**Zadanie 1.**   
Podaj: śednią arytmetyczną, medianę, dominantę, odchylenie standardowe, wariancję i rozstęp dla danych zebranych dla 20 ankietowanych, dotyczących liczby dzieci:   
1, 2, 0, 2, 1, 1, 1, 1, 3, 0, 2, 4, 3, 5, 1, 1, 1, 3, 3, 5.



Zadanie 2.   
Podaj: śednią arytmetyczną, medianę, dominantę, wariancję i rozstęp dla danych zebranych w tabeli:  




Zadanie 3.   
Podaj: śednią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę i odchylenie standardowe dla przedstawionych danych:   
10, 5 , 4, 7, 1, 2, 3, 3, 3, 7,  
wiedząc że waga wartości 3 wynosi 2, a dla pozostałych wartości wynosi 1



Zadanie 4.   
Podaj: śednią arytmetyczną, medianę, dominantę i rozstęp dla danych zebranych w tabeli.  
